

Fuvest 2010

Faculdade de Arquitetura e Urbanismo da Universidade de São Paulo

Provas Específicas das carreiras 203 – Arquitetura FAU e 228 – Design

## **Prova de Geometria e Funções**

Data: 7 de janeiro de 2010

Horário: das 8h00 às 12h00

### **Observações gerais**

**Importante** – antes de iniciar a prova leia integralmente estas observações e os enunciados das questões.

**Verifique** se você recebeu o seguinte material:

**Duas folhas etiquetadas** para realizar as respostas solicitadas.

**Duas folhas** de papel branco fino, sem etiquetas, para realizar rascunhos.

**Verifique** se o número impresso nas etiquetas coladas nas duas folhas de respostas que você recebeu corresponde ao seu número de inscrição.

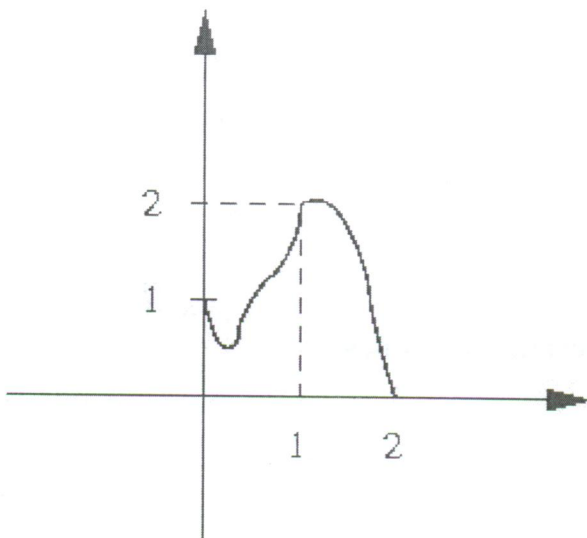
**Não assine** nenhuma das folhas etiquetadas, sob pena de anulação da prova.

Ao final da prova, você deverá **entregar ao fiscal apenas as duas folhas etiquetadas**.

Leve com você todo o material restante, deixando sua mesa limpa.

**Questão 1**

A figura abaixo ilustra a parte do gráfico de uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  restrita ao intervalo  $[0, 2]$ .



Na folha de respostas, esboce as partes dos gráficos das funções dadas a seguir, restritas aos intervalos correspondentes. Para referência, a parte do gráfico da função  $f$  está desenhada também na folha de respostas.

$$g_1(x) = -f(x)$$

$$g_2(x) = f(-x)$$

$$g_3(x) = f(x+1)$$

$$g_4(x) = 1 - f(-x)$$

**Questão 2**

Na folha de respostas são dados os pontos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $O$  tais que  $O$  é o ponto médio do segmento  $AB$ . O segmento  $OC$  é perpendicular ao segmento  $AB$  e congruente ao segmento  $OA$ . A construção descrita a seguir permite a obtenção de pontos da circunferência de centro  $O$  e raio  $OA$ , útil em programas de computação gráfica destinados a arquitetura e design. Faça tal construção utilizando instrumentos de precisão (régua e/ou esquadro e compasso). Siga as etapas dadas a seguir.

1. Trace uma reta arbitrária  $r$  que contenha o ponto  $A$ . Para que seu desenho caiba na folha de respostas, é conveniente escolher a reta  $r$  de modo a intersectar o segmento  $OC$ .
2. Trace a reta  $BC$  e seja  $D$  o ponto em que essa reta intersecta  $r$ . Trace pelo ponto  $D$  a reta  $s$  perpendicular à reta  $AB$ .
3. Trace a reta  $AC$  e nomeie com a letra  $E$  o ponto em que essa reta intersecta  $s$ . Nomeie com a letra  $F$  o ponto em que  $s$  intersecta a reta  $AB$  (o pé da perpendicular).
4. Trace a reta  $BE$  obtendo o ponto  $P$  na intersecção com a reta  $r$ .

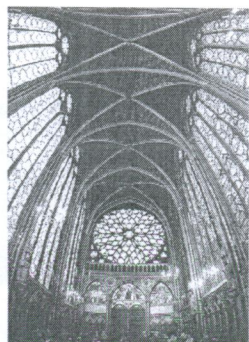
Verifique graficamente que, de fato, o ponto  $P$  pertence à circunferência de centro  $O$  e raio  $OA$ . Justifique porque o ponto  $P$  realmente pertence à circunferência de centro  $O$  e raio  $OA$ . (Sugestão: compare os triângulos  $\triangle AFD$ ,  $\triangle APB$  e  $\triangle EFB$ .)

### Questão 3

O arco, além de ser um dos principais elementos de expressão arquitetônica, constitui um marco no desenvolvimento das tecnologias da construção, como ilustrado nas figuras abaixo.



Arena romana, Verona.



Sainte-Chapelle, Paris.



Casa Batlló, Barcelona.



Itamarati, Brasília.



Aeroporto Barajas, Madri.

Nesta questão é abordado um caso específico de arco denominado parábola. Uma possível definição desta curva é dada a seguir.

Num plano consideremos uma reta  $d$  e um ponto  $F$ ,  $F$  não pertencente à reta  $d$ . Geometricamente, a parábola de foco  $F$  e diretriz  $d$  é o conjunto dos centros das circunferências que passam por  $F$  e são tangentes à reta  $d$ .

Esses dois elementos, o foco e a diretriz, caracterizam completamente a parábola e, neste sentido, ela pode ser determinada com régua e compasso a partir de alguns dados.

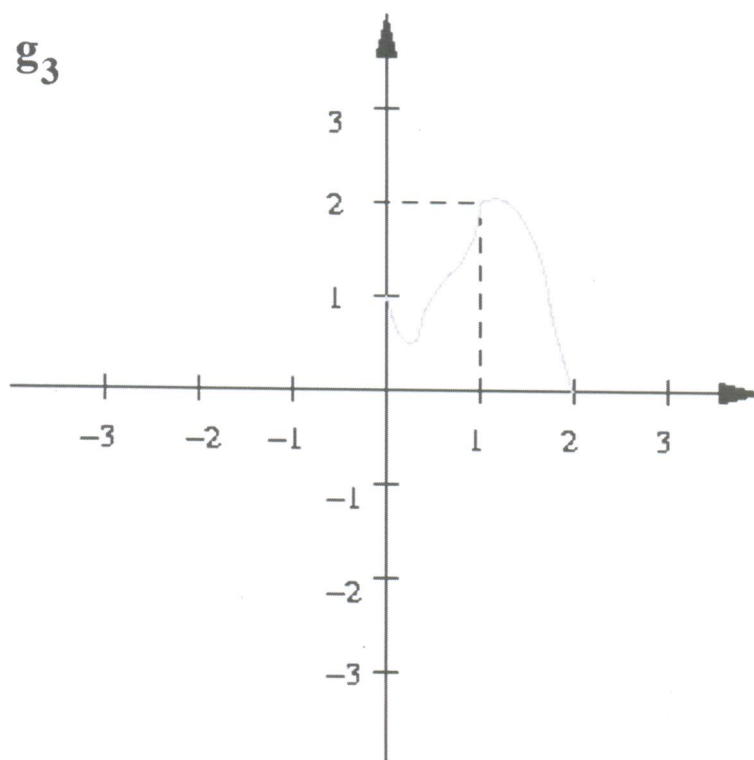
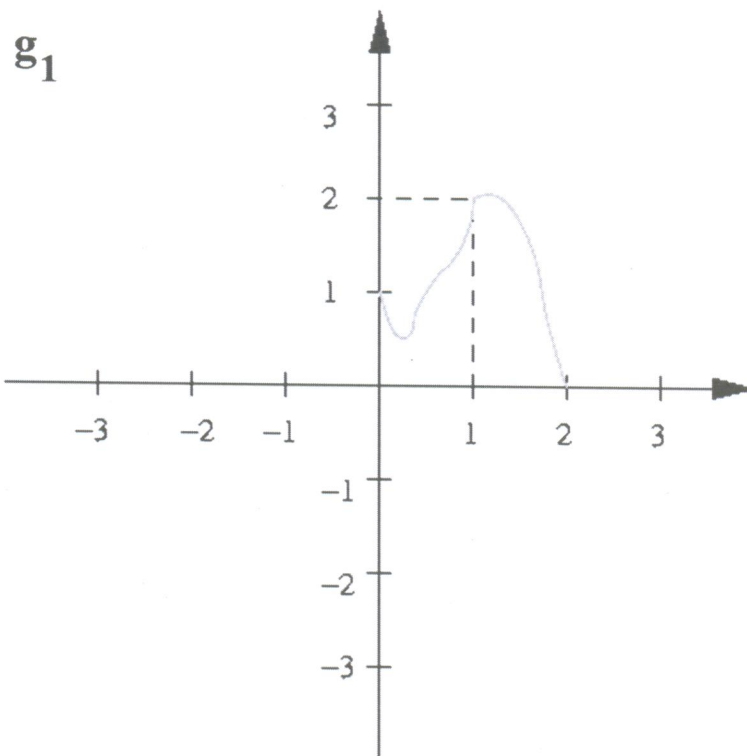
- a) Na folha de respostas estão assinalados três pontos não colineares  $F$ ,  $P$  e  $Q$ . Sabendo-se que  $P$  e  $Q$  são pontos pertencentes a uma parábola de foco  $F$ , trace com régua e compasso a diretriz dessa parábola. Descreva os procedimentos geométricos utilizados em sua construção e no caso de traçado de tangentes a uma circunferência determine os pontos de tangência. Quantas soluções esse problema possui? Justifique sua resposta.
- b) Se os três pontos estiverem alinhados como nos dois casos indicados na sua folha de respostas ( $P-F-Q$  e  $P-Q-F$ ), o problema ainda tem solução? Quantas? Em caso afirmativo, desenhe as retas.

### Questão 4

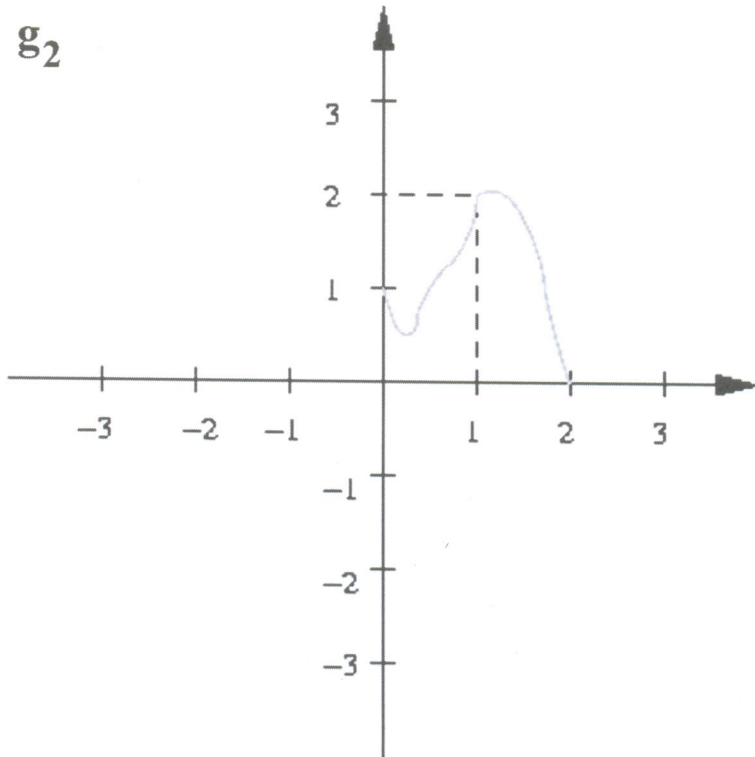
Um prisma reto de altura 6 tem como base o retângulo  $ABCD$  cujos vértices têm coordenadas  $A = (0,0,0)$ ,  $B = (1,0,0)$ ,  $C = (1,2,0)$  e  $D = (0,2,0)$ .

- a) Desenhe com os instrumentos de precisão (régua e/ou esquadro e compasso), na sua folha de respostas, o prisma e a sua intersecção com o plano  $PQR$  onde  $P = (2,0,0)$ ,  $Q = (0,0,4)$  e  $R = (0,6,0)$ . Sendo  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  e  $D'$  os pontos de intersecção do plano com as arestas verticais do prisma, determine suas coordenadas. Podemos afirmar que o quadrilátero  $A'B'C'D'$  é um paralelogramo? Justifique sua resposta.
- b) Sendo  $P = (2,0,0)$ ,  $Q = (0,0,4)$  e  $R = (0,y,0)$ , qual o valor de  $y > 2$  para que o quadrilátero  $A'B'C'D'$  seja um losango? Justifique sua resposta.

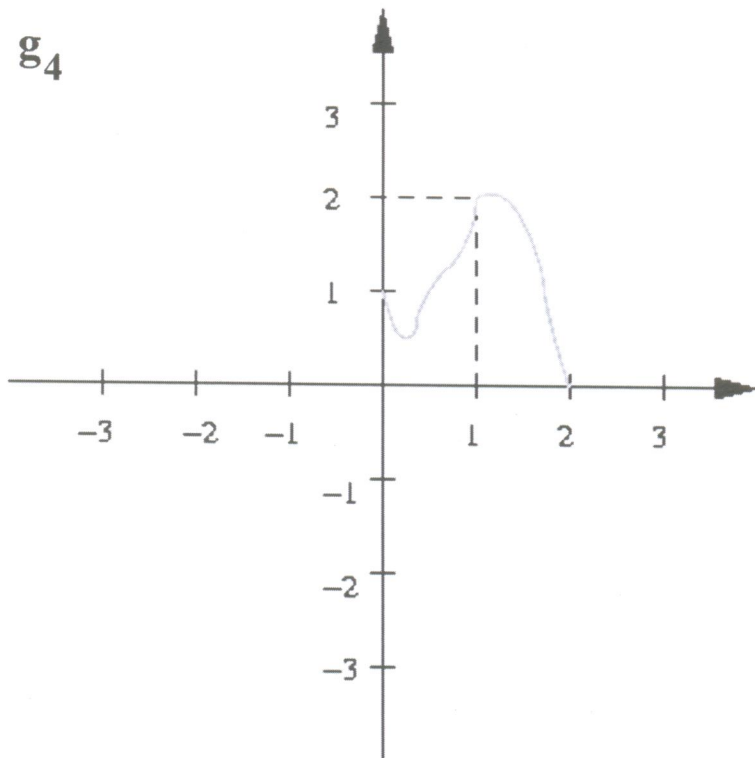
### Questão 1



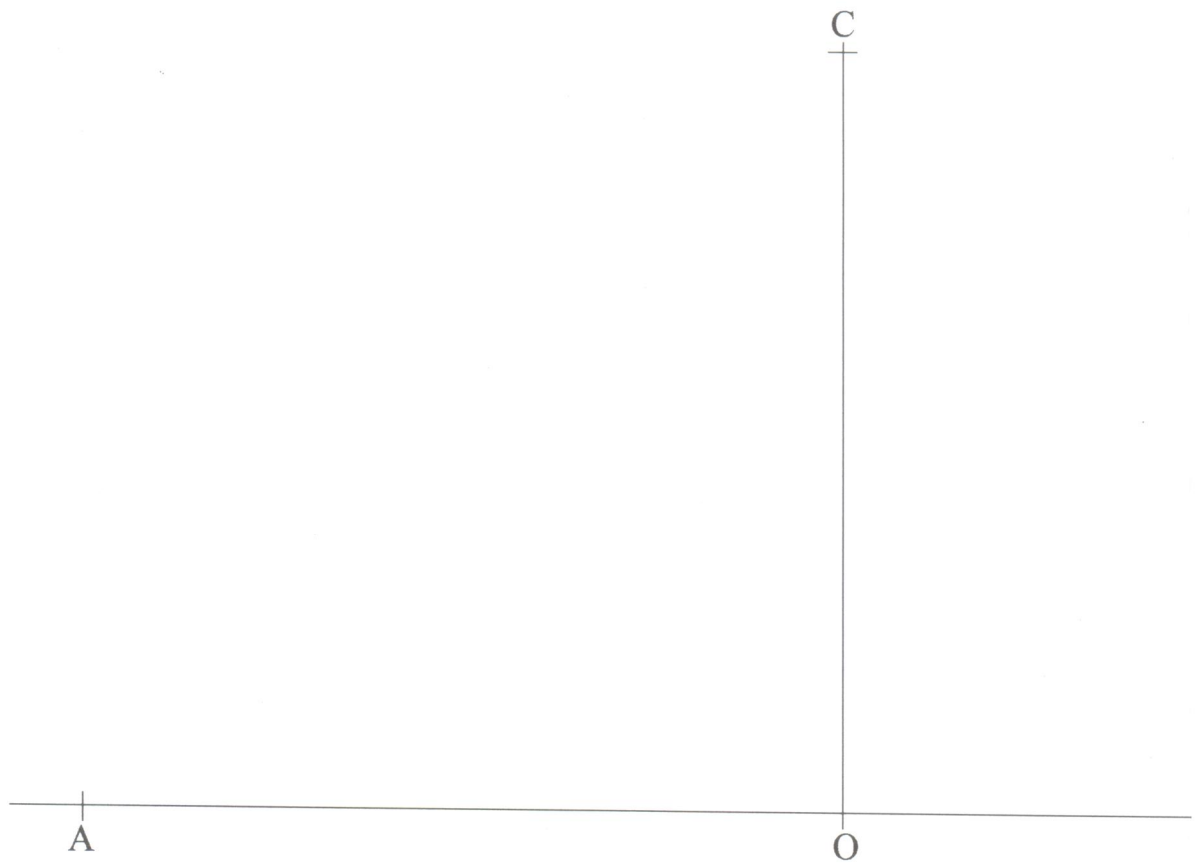
$g_2$



$g_4$



Questão 2



---

B

### Questão 3

3a)

+P

F+

+Q



3b)

